

dr inż. Witold Kurski

PROGNOZY PRĘDKOŚCI DLA ŚLIZGÓW LODOWYCH

ICE OPTIMIST DN 60 MONOTYP XV

Prognozy prędkości zostały opracowane we wrześniu 2014 r. za pomocą programu autorskiego, na potrzeby szkoleniowe w żeglarstwie lodowym i mogą być wykorzystywane na kursach bojerowych.

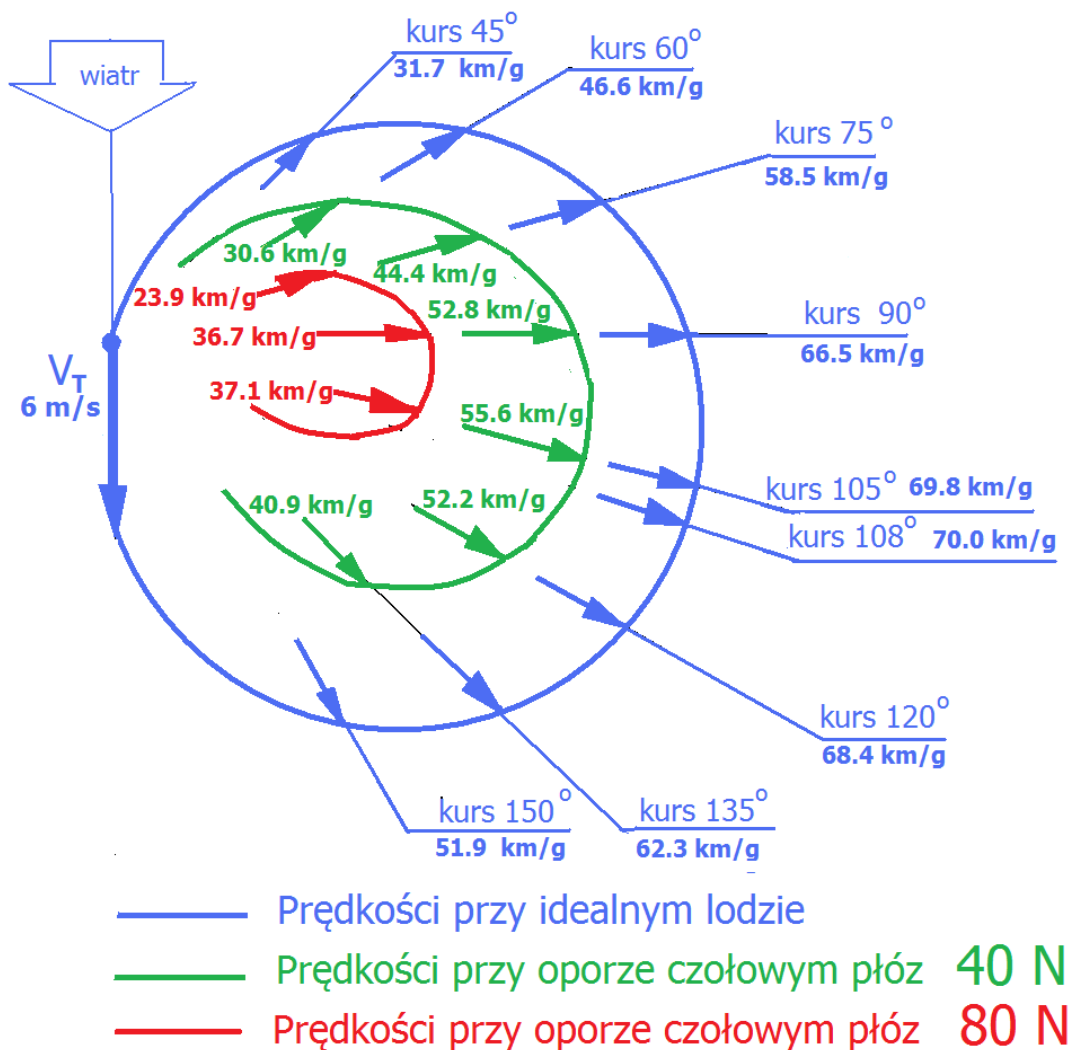
Przygotowano na spotkanie środowiskowe w listopadzie 2014 roku.

Witold Kurski
Instruktor Sportu w Żeglarstwie Nr 3259/I/S/99
Instruktor Żeglarstwa Lodowego PZZ Nr 29

GDAŃSK 2014

Prognoza prędkości dla ślizgu lodowego „ICE OPTIMIST”

Przy prędkości wiatru rzeczywistego 6 m/s (21.6 km/g)



Przyjęto: Stała ślizgu $k = 18$ stopni
 $\Lambda = 1.6$
 $CL_{max} = 1.3$
 Pow. żagla = 3.25 m.kw.

Prognozę wykonał Witold Kurski
 Gdańsk dnia 1 września 2014 r.

Podstawy teorii z aerodynamiki ślizgu lodowego oraz wzory użytkowe do obliczeń punktów wykresów szybkości dla ślizgów lodowych są podane w Załącznikach:
 ZAŁĄCZNIK A. Prognoza dla ślizgu o typowej biegunowej str. 8.
 ZAŁĄCZNIK B. Prognoza dla ślizgu o nietypowej biegunowej str.10.

PROGNOZA SZYBKOŚCI ŚLIZGU

Stała ślizgu $k = 18$ stopni
 Wydłużenie żagla $\Lambda = 1.6$

ICE OPTI

$CL_{max} = 1.3$
 Wsp. oporu dod. $= 0.2$
 Pow. Żagla $S = 3.25$ m. kw.

W tabelach podano szybkości ślizgu **VS** w km/godz zależnie od kursu γ względem wiatru rzeczywistego, prędkości wiatru rzeczywistego **VT** mierzonej na wysokości środka ożaglowania, i oporu czołowego płóz **Q** w Niutonach.

Prędkości ślizgu VS w km/godz. przy VT = 5 m/sek.

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 10 N	Opór płóz 30 N	Opór płóz 50 N	Opór płóz 70 N
45	26.45	19.24	-----	-----	-----
60	38.98	33.16	20.92	-----	-----
75	48.85	43.67	32.75	18.90	-----
90	55.40	50.40	39.88	27.95	-----
105	58.17	52.98	42.07	28.22	-----
120	56.98	51.16	38.92	-----	-----
135	51.90	44.69	-----	-----	-----

Prędkości ślizgu VS w km/godz. przy VT = 6 m/sek.

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 10 N	Opór płóz 30 N	Opór płóz 50 N	Opór płóz 70 N
45	31.74	25.79	13.27	-----	-----
60	46.77	41.96	31.88	21.17	-----
75	58.62	54.33	45.38	36.17	24.55
90	66.48	62.34	53.72	44.83	34.89
105	69.81	65.51	56.56	47.35	35.73
120	68.37	63.56	53.48	42.77	14.85
135	62.28	56.34	43.81	-----	-----

Prędkości ślizgu VS w km/godz. przy VT = 6.5 m/sek.

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 10 N	Opór płóz 30 N	Opór płóz 50 N	Opór płóz 70 N
45	34.38	28.92	17.41	-----	-----
60	50.67	46.14	37.01	27.53	13.36
75	63.51	59.55	51.35	42.48	34.14
90	72.02	68.20	60.30	52.14	43.91
105	75.62	71.66	63.46	54.99	46.25
120	74.07	69.64	60.41	50.93	36.76
135	67.47	62.41	50.50	29.09	-----

Prognozę wykonał Witold Kurski
 30 września 2014

PROGNOZA SZYBKOŚCI ŚLIZGU

Stała ślizgu $k = 12$ stopni
 Wydłużenie żagla $\Lambda = 2.4$

DN

$CL_{max} = 1.22$

Wsp. oporu. dod. = 0.0

Pow. Żagla $S = 6.25$ m.kw.

W tabelach podano szybkości ślizgu **VS** w km/godz. zależnie od kursu γ względem wiatru rzeczywistego, prędkości **VT** mierzonej na wysokości środka ożaglowania, i oporu czołowego płóz **Q** w Niutonach, przy założeniu, że warunki równowagi poprzecznej i kierunkowej nie interweniują.

Prędkości ślizgu VS w km/godz. przy VT = 5 m/sek.

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 20 N	Opór płóz 40 N	Opór płóz 60 N	Opór płóz 80 N	Opór płóz 100 N	Opór płóz 120 N
50	53.30	47.56	41.29	34.36	25.92	-----	-----
60	64.63	59.31	53.94	48.13	41.84	34.47	-----
70	73.42	68.81	63.93	58.74	53.19	47.24	40.00
80	80.27	75.89	71.27	66.38	61.20	55.68	49.71
90	84.86	80.37	75.83	71.04	65.97	60.58	54.82
100	86.52	82.14	77.52	72.64	67.45	61.93	55.96
110	85.73	81.13	76.25	71.06	65.51	59.55	52.32
120	82.34	77.25	71.94	66.13	59.84	52.47	-----
130	76.44	70.71	64.43	57.50	49.06	-----	-----
140	68.22	61.26	53.30	42.24	-----	-----	-----
150	57.93	48.57	-----	-----	-----	-----	-----

Prędkości ślizgu VS w km/godz. przy VT = 6 m/sek.

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 20 N	Opór płóz 40 N	Opór płóz 60 N	Opór płóz 80 N	Opór płóz 100N	Opór płóz 120 N
50	63.96	59.25	54.24	48.89	43.16	36.98	28.56
60	77.21	73.06	68.72	64.16	59.36	54.28	48.89
70	88.11	84.30	80.34	76.21	71.91	67.41	62.68
80	96.33	92.17	88.94	85.05	80.99	76.78	72.37
90	101.62	98.05	94.35	90.53	86.56	82.43	78.12
100	103.83	100.20	96.44	92.55	88.50	84.28	79.87
110	102.88	99.07	95.11	90.99	86.69	82.12	77.46
120	98.81	94.66	90.32	85.76	80.96	75.88	70.49
130	91.73	87.01	82.00	76.66	70.93	64.74	56.63
140	81.87	76.18	69.96	63.10	54.90	-----	-----
150	69.52	61.99	53.17	-----	-----	-----	-----

Prognozę wykonał Witold Kurski
 30 września 2014

PROGNOZA SZYBKOŚCI ŚLIZGU

Stała ślizgu $k = 12$ stopni
 Wydłużenie żagla $\Lambda = 2.4$

DN

$CL_{max} = 1.22$

Wsp. oporu. dod. = 0.0

Pow. Żagla $S = 6.25$ m.kw.

W tabelach podano szybkości ślizgu **VS** w km/godz zależnie od kursu γ względem wiatru rzeczywistego, prędkości **VT** mierzonej na wysokości środka ożaglowania, i oporu czołowego płóz **Q** w Niutonach, przy założeniu, że warunki równowagi poprzecznej i kierunkowej nie interweniują.

Prędkości ślizgu VS w km/godz przy VT = 6.5 m/sek

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 20 N	Opór płóz 40 N	Opór płóz 60 N	Opór płóz 80 N	Opór płóz 100 N	Opór płóz 120 N
50	69.29	64.96	60.40	55.59	50.49	45.06	39.25
60	83.64	79.82	75.86	71.73	67.42	62.90	58.16
70	95.45	91.94	88.32	84.57	80.69	76.66	72.46
80	104.35	101.01	97.57	94.02	90.36	86.57	82.65
90	110.09	106.80	103.42	99.93	96.34	92.62	88.78
100	112.48	109.14	105.70	102.15	98.48	94.70	90.77
110	111.45	107.95	104.37	100.58	96.69	92.66	88.47
120	107.04	103.22	99.26	95.13	90.82	86.30	81.56
130	99.38	95.04	90.48	85.67	80.57	75.14	69.33
140	88.69	83.47	77.85	71.75	65.08	55.94	-----
150	75.31	68.43	60.60	50.27	-----	-----	-----

Prędkości ślizgu VS w km/godz przy VT = 7 m/sek

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 20 N	Opór płóz 40 N	Opór płóz 60 N	Opór płóz 80 N	Opór płóz 100 N	Opór płóz 120 N
50	74.62	70.61	66.42	62.04	57.44	52.59	47.47
60	90.07	86.55	82.89	79.11	75.19	71.11	66.87
70	102.79	99.54	96.20	92.76	89.22	85.56	81.78
80	112.38	109.28	106.11	102.85	99.50	96.06	92.51
90	118.56	115.51	112.39	109.19	105.90	102.51	99.04
100	121.13	118.04	114.87	111.60	108.25	104.81	101.26
110	120.03	116.78	113.44	110.00	106.45	102.80	99.02
120	115.27	111.75	108.09	104.31	100.39	96.31	92.07
130	107.02	103.00	98.82	94.43	89.83	84.99	79.87
140	95.51	90.69	85.55	80.05	74.13	67.65	57.16
150	81.10	74.77	67.70	59.67	-----	-----	-----

Prognozę wykonał Witold Kurski
 30 września 2014

MONOTYP XV

CLmax = 1.22

Wsp. oporu. dod. = 0.12

Pow. Żagla S = 15 m.kw.

W tabelach podano szybkości ślizgu **VS** w km/godz zależnie od kursu γ względem wiatru rzeczywistego, prędkości **VT** mierzonej na wysokości środka ożaglowania, i oporu czołowego płóz **Q** w Niutonach, przy założeniu, że warunki równowagi poprzecznej i kierunkowej nie interweniują.

Prędkości ślizgu VS w km/godz przy VT = 5 m/sek

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 50 N	Opór płóz 100 N	Opór płóz 150 N	Opór płóz 200 N	Opór płóz 250 N	Opór płóz 300 N
50	43.74	38.03	31.87	24.16	-----	-----	-----
60	53.52	48.52	43.21	37.51	29.83	-----	-----
70	61.69	57.10	52.27	47.18	41.44	32.96	-----
80	67.97	63.60	59.03	54.24	49.10	42.48	-----
90	72.20	67.90	63.40	58.70	53.71	47.49	-----
100	74.22	69.85	65.28	60.49	55.35	48.13	-----
110	74.00	69.41	64.58	59.50	53.76	45.27	-----
120	71.52	66.52	61.21	55.51	47.83	-----	-----
130	66.88	61.17	55.01	47.30	-----	-----	-----
140	60.20	53.29	45.04	-----	-----	-----	-----
150	51.69	42.44	-----	-----	-----	-----	-----

Prędkości ślizgu VS w km/godz przy VT = 6 m/sek

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 100 N	Opór płóz 200N	Opór płóz 250 N	Opór płóz 300 N	Opór płóz 350 N	Opór płóz 400 N
50	52.48	42.84	31.48	21.40	-----	-----	-----
60	64.23	55.79	46.41	41.19	33.63	-----	-----
70	74.02	66.30	58.01	53.58	48.37	41.39	-----
80	81.57	74.22	66.38	62.27	57.77	52.26	-----
90	86.63	79.41	71.71	67.68	63.35	58.18	-----
100	89.07	81.73	73.88	69.77	65.27	59.76	-----
110	88.80	81.08	72.78	68.36	63.14	56.16	-----
120	85.83	77.39	68.21	62.79	55.23	-----	-----
130	80.25	70.60	59.25	49.16	-----	-----	-----
140	72.73	60.47	-----	-----	-----	-----	-----
150	62.02	44.36	-----	-----	-----	-----	-----

Prognozę wykonał Witold Kurski
 30 września 2014

MONOTYP XV

$CL_{max} = 1.22$

Wsp. oporu. dod. $= 0.12$

Pow. Żagla $S = 15$ m.kw.

W tabelach podano szybkości ślizgu **VS** w km/godz zależnie od kursu γ względem wiatru rzeczywistego, prędkości **VT** mierzonej na wysokości środka ożaglowania, i oporu czołowego płóz **Q** w Niutonach, przy założeniu, że warunki równowagi poprzecznej i kierunkowej nie interweniują.

Prędkości ślizgu VS w km/godz przy VT = 7 m/sek

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 100 N	Opór płóz 200 N	Opór płóz 300 N	Opór płóz 400 N	Opór płóz 500 N	Opór płóz 600 N
50	61.23	53.08	44.26	32.94	-----	-----	-----
60	74.93	67.79	60.18	51.98	40.57	-----	-----
70	86.36	79.80	72.89	65.61	57.26	44.37	-----
80	95.16	88.92	82.38	75.51	68.08	58.29	-----
90	101.07	94.93	88.50	81.76	74.57	65.41	48.26
100	103.97	97.67	91.13	84.26	76.84	67.04	-----
110	103.60	97.04	90.13	82.85	74.49	61.60	-----
120	100.13	92.99	85.38	77.18	65.77	-----	-----
130	93.63	85.47	76.65	65.33	-----	-----	-----
140	84.27	74.39	62.44	-----	-----	-----	-----
150	72.36	59.11	-----	-----	-----	-----	-----

Prędkości ślizgu VS w km/godz przy VT = 7.5 m/sek

Kurs γ stopni	Opór płóz 0 N	Opór płóz 100 N	Opór płóz 200 N	Opór płóz 300 N	Opór płóz 400 N	Opór płóz 500 N	Opór płóz 600 N
50	65.60	58.03	49.33	40.75	23.91	-----	-----
60	80.26	73.64	66.36	59.23	50.54	36.18	-----
70	92.53	86.43	80.84	73.36	66.26	57.35	41.93
80	101.96	96.15	90.10	83.79	77.20	69.65	59.29
90	108.29	102.58	96.63	90.43	83.98	76.17	67.25
100	111.34	105.53	99.47	93.17	86.58	79.03	68.67
110	111.00	104.90	98.51	91.83	84.73	75.82	60.40
120	107.29	100.64	93.63	86.23	77.54	63.18	-----
130	100.31	92.74	84.64	75.46	58.62	-----	-----
140	90.29	81.14	70.84	-----	-----	-----	-----
150	77.53	65.37	-----	-----	-----	-----	-----

Prognozę Wykonał Witold Kurski
 30 września 2014

ZAŁĄCZNIK A. PROGNOZOWANIE PRĘDKOŚCI ŚLIZGU LODOWEGO PRZY TYPOWEJ BIEGUNOWEJ AERODYNAMICZNEJ.

Jak można stwierdzić z przedstawionych prognoz, to dane aerodynamiczne ślizgu lodowego są podane poprzez:

1. Stałą ślizgu „ k ”.
2. Wydłużenie żagla „ Λ ”.
3. Maksymalną wartość współczynnika siły wyporu żagla „ $C_{L_{max}}$ ”.
4. Powierzchnię żagla (powierzchnia rzutu na płaszczyznę) „ S ”.

Dzięki abstrakcyjnym właściwościom biegunowych aerodynamicznych, te dane wystarczają do wykreślenia użytkowej części biegunowej aerodynamicznej ślizgu lodowego w układzie $C_D(C_L)$. Pierwsza właściwość to równanie na współczynnik oporu całkowitego ślizgu, który składa się ze składowej oporu szkodliwego i z paraboli oporu indukowanego wzór (A1)

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot \Lambda} \quad (A1)$$

Kolejna właściwość biegunowej to warunki dla stycznej wyprowadzonej z początku układu współrzędnych do biegunowej, w punkcie styczności (patrz rysunek).

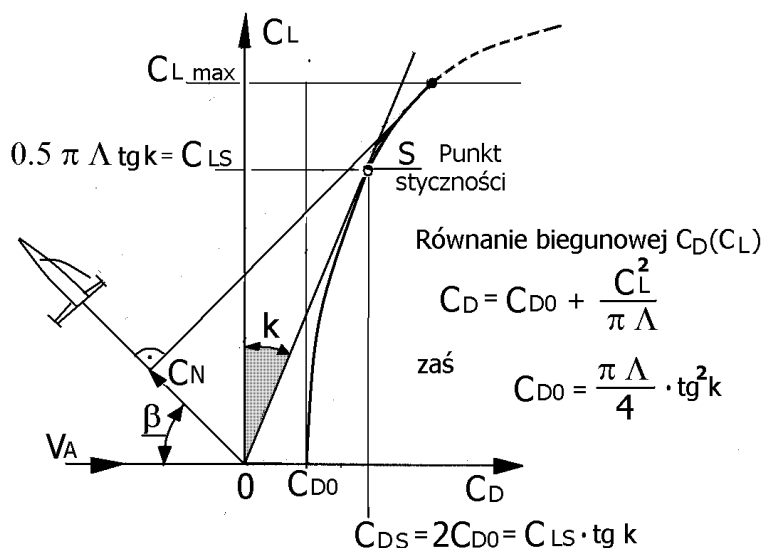
$$C_{DS} = 2 \cdot C_{D0} = C_{LS} \cdot \tan k \quad (A2)$$

oraz cecha paraboli oporu indukowanego $\frac{C_{LS}^2}{\pi \cdot \Lambda} = C_{D0}$ (A3)

Stąd określamy przy zadanych Λ i k

$$C_{D0} = \frac{\pi \cdot \Lambda}{4} \cdot \tan^2 k \quad (A4)$$

oraz punkt styczności $C_{DS} = 2 \cdot C_{D0}$; $C_{LS} = 0.5 \cdot \pi \cdot \Lambda \cdot \tan k$ (A5)



Należy zawsze sprawdzić, czy rzędna $C_{LS} = 0.5 \cdot \pi \cdot \Lambda \cdot \tan k$ punktu styczności ma wartość mniejszą od $C_{L_{max}}$, bowiem tylko wtedy obowiązują powyższe zależności i można określać C_{D0} poprzez stałą k i wydłużenie Λ . Tak jest dla typowych konstrukcji ślizgów z żaglami, jedynie skrajne przypadki ślizgów mogą tego warunku nie spełniać. Są to ślizgi z

aeroplątami oraz niektóre super wyczynowe z żaglem, jak również prymitywne ślizgi rybackie wyposażone w ożaglowanie rejowe lub rozprzowe. Wtedy osiągi muszą być liczone dokładnie innymi wzorami, bowiem biegunowa nie jest typowa z powodu odcięcia przez niską wartość $C_{L_{max}}$ punktu styczności i nie spełnia abstrakcyjnych właściwości biegunowej. Opisano to w ZAŁĄCZNIKU B.

Dla ślizgów ICEOPTI, DN oraz XV zachodzi zawsze warunek, że $C_{LS} < C_{L_{max}}$ a przeliczone wartości współczynnika siły wyporu w punkcie styczności są na poziomie 66 % wartości współczynnika $C_{L_{max}}$, tak że z tego powodu nie pojawiły się kłopoty.

Dalsze postępowanie to typowe działania dla znalezienia punktów wykresu Crossecka dla zadanego kąta żeglugi β względem wiatru pozornego. Wykorzystujemy wzór:

$$C_N = C_L \cdot \sin \beta - \left(C_{DO} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot \Lambda} \right) \cos \beta \quad (A 6)$$

Aby wybrać właściwą wartość C_L do wyliczenia punktów wykresu Crossecka, należy skorzystać z warunku osiągnięcia maksimum przez wartość C_N .

$$\frac{\delta C_N}{\delta C_L} = 0 \Rightarrow \sin \beta - 0 - \frac{2C_L}{\pi \cdot \Lambda} \cdot \cos \beta = 0 \quad (A 7)$$

$$\text{stąd} \quad C_L = \frac{\pi \cdot \Lambda}{2} \cdot \tan \beta \quad (A 8)$$

Jeżeli znalezione $C_L \leq C_{L_{max}}$ to podstawienie C_L do wzoru na C_N prowadzi po uproszczeniach do wzoru (A 9)

$$C_N = \frac{\pi \cdot \Lambda}{4} \cdot (\tan^2 \beta - \tan^2 k) \cdot \cos \beta \quad (A 9)$$

Jeżeli znalezione $C_L > C_{L_{max}}$ to do wzoru na C_N należy podstawić $C_L = C_{L_{max}}$, bowiem są to maksymalne możliwe do osiągnięcia wartości współczynnika siły wyporu i wtedy:

$$C_N = C_{L_{max}} \cdot \sin \beta - \left(C_{DO} + \frac{C_{L_{max}}^2}{\pi \cdot \Lambda} \right) \cos \beta \quad (A 10).$$

Program sam wybiera odpowiedni do sytuacji wzór (A 9) lub (A 10).

Te współczynniki C_N , są zależne od kąta β , i dalej będziemy pisali $C_N(\beta)$. Wielkości te transformujemy dalej aby obliczyć współczynniki k_N

$$k_N = C_N(\beta) \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \beta} \quad (A 11)$$

które wykorzystujemy w wyrażeniu na siłę ciągu z wykorzystaniem prędkości wiatru rzeczywistego.

$$P_N = \frac{\rho \cdot V_T^2}{2} \cdot S \cdot k_N \quad (A 12)$$

Gęstość powietrza ρ na poziomie morza przy temperaturze zero stopni Celsjusza wynosi 1.294 kg na metr sześcienny. Powyższy wzór możemy więc zapisać:

$$P_N = \frac{V_T^2}{1.546} \cdot S \cdot k_N \quad (A 13)$$

Dla prędkości wiatru rzeczywistego wyrażonej w m/s, powierzchni żagla określonej w metrach kwadratowych, wynik otrzymujemy w Niutonach.

Celem wykonania prognozy prędkości należy spełnić warunek równości siły oporu czołowego płóz „Q” i aerodynamicznej siły ciągu „ P_N ”.

$$Q = P_N \quad (A 14)$$

Ponieważ wszystkie wyrażenia na współczynniki sił aerodynamicznych są w postaci analitycznej to zadanie jest dla komputera nieskomplikowane i można wykorzystać program iteracyjny. Tak uzyskano zamieszczone wyniki dla trzech typów ślizgów lodowych. Najważniejszą i najtrudniejszą sprawą jest prawidłowe wybranie najważniejszej dla ślizgu charakterystyki aerodynamicznej jaką jest stała ślizgu k . Na podstawie wieloletnich obserwacji i doświadczeń oraz dyskusji z trenerami i środowiskiem bojerowym ustaliłem następujące przybliżone wartości stałych ślizgu „ k ”, wydłużenia „ Λ ” i współczynnika „ CL_{max} ”.

Dla ICEOPTI	$k = 18$ stopni	$CL_{max} = 1.30$	$\Lambda = 1.6$	$S = 3.25$ m.kw.
Dla DN	$k = 12$ stopni	$CL_{max} = 1.22$	$\Lambda = 2.4$	$S = 6.25$ m.kw.
Dla XV	$k = 14$ stopni	$CL_{max} = 1.22$	$\Lambda = 2.4$	$S = 15.0$ m.kw.

Jeżeli ze strony środowiska bojerowego wpłyną sensowne propozycje co do uściślenia tych danych to można natychmiast te prognozy poprawić. Stałe aerodynamiczne ślizgów powinny być ustalane z dokładnością co najmniej do dziesiątych części stopnia.

Czytelnik może zauważyć, że przy wynikach dla ślizgów ICEOPTI oraz XV pojawiła się zmienna zwana współczynnikiem oporu dodatkowego. Ta zmienna w programie pozwala uwzględniać dodatkowe opory wprowadzane przez niekorzystne umieszczenie sylwetek załogi. Tak zrobiono dla ICEOPTI, gdyż załoganci mogą się poważnie między sobą różnić rozwojem fizycznym i podobnie zrobiono dla XV, bo dotyczy to niekorzystnego wpływu sylwetki załoganta. Dla bardzo wysokiego załoganta wpływ ten może być bardzo duży. Oczywiście prognozy z uwzględnieniem współczynnika oporu dodatkowego są mniej optymistyczne, a wartości współczynnika oporu dodatkowego jaki należy przyjąć do obliczeń, powinny być przedmiotem fachowych dyskusji.

ZAŁĄCZNIK B. PROGNOZOWANIE PRĘDKOŚCI ŚLIZGU LODOWEGO PRZY NIETYPOWEJ BIEGUNOWEJ GDY $C_{L_{max}} < C_{LS} = 0.5 \cdot \pi \cdot \Lambda \cdot \tan k$

Ten przypadek ma miejsce dla ślizgów z aeropłatami dla których Λ jest bardzo duże, oraz dla bardzo prymitywnych pod względem aerodynamicznym ślizgów np. rybackich z żaglem rozprzowym lub rejowym dla których „stała ślizgu k ” jest bardzo duża.

Wtedy pod względem obliczeniowym sytuacja bardzo się upraszcza, bowiem do obliczeń na wszystkich kursach β wystarcza jeden punkt biegunowej \mathbf{M} , a wykres Crossecka staje się półokręgiem. Stałą „ k ” określamy jako kąt pomiędzy osią C_L a prostą wyprowadzoną z początku układu współrzędnych do punktu \mathbf{M} . Dalsze relacje wynikają z zależności geometrycznych przedstawionych na poniższym rysunku.

$$C_N(\beta) = \frac{C_{L_{max}}}{\cos k} \cdot \sin(\beta - k) \quad (B1)$$

Wyrażenie to transformujemy aby otrzymać współczynniki k_N .

$$k_N = C_N(\beta) \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \beta} = C_{L_{max}} \cdot \frac{\sin(\beta - k)}{\cos k} \cdot \frac{\sin^2 \gamma}{\sin^2 \beta} \quad (B2)$$

